

Kombinatoryka w języku zbiorów i funkcji

Kombinacje to są podzbiory pewnego ustalonego zbioru. Liczba kombinacji r -elementowych zbioru n -elementowego jest oznaczana na kalkulatorach przez nCr (C przypomina symbol zawierania). Ten znak jest graficznie oszczędniejszy i mniej imponujący niż symbol Newtona, ale w literaturze polskiej najczęściej zamiast znaku nCr używa się symbolu Newtona: $\binom{n}{r}$.

Jest oczywiście $nCr = \binom{n}{r}$

Liczby nCr można ustawić w tzw. trójkąt Pascala

Trójkąt Pascala dobrze jest zapisać w takiej tabeli:

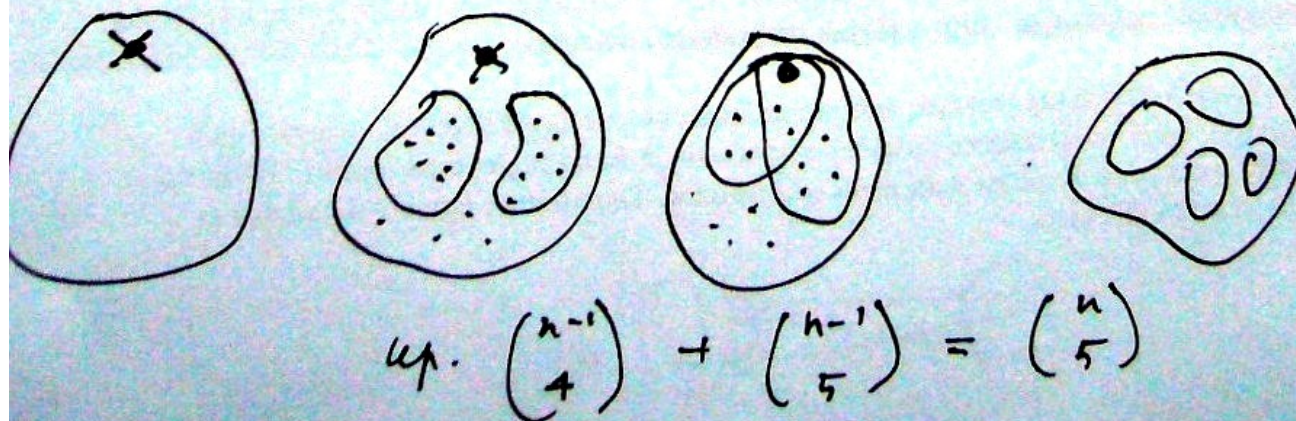
1											
1	1										
1	2	1									
1	3	3	1								
1	4	6	4	1							
1	5	10	10	5	1						
1	6	15	20	15	6	1					
1	7	21	35	35	21	7	1				
1	8	28	56	70	56	28	8	1			
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	

itd.

W każdej kratce jest liczba, która jest sumą tej bezpośrednio nad nią i jej poprzedniej z lewej strony. Zachodzi bowiem taka relacja:

$$nCr = (n-1)Cr + (n-1)C(r-1),$$

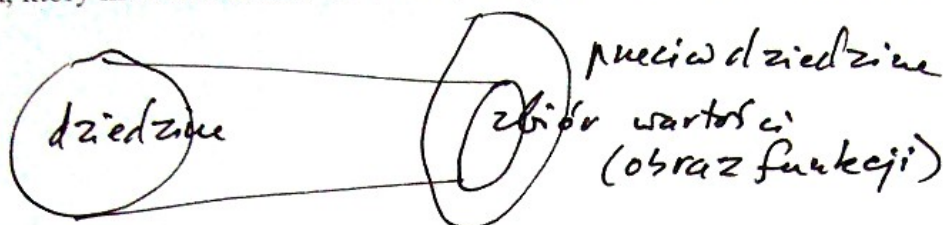
która wynika stąd, że w tym większym zbiorze n -elementowym można ustalić jeden element, jak na rysunku



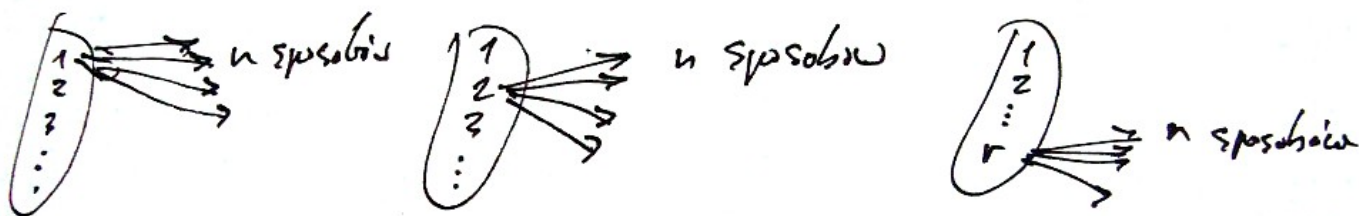
i rozważać te osobno te podzbiory, które nie zawierają tego elementu i osobno te które go zawierają. Tych pierwszych jest $(n-1)C_r$, tych drugich $(n-1)C_{(r-1)}$, a razem jest ich nC_r .

Każdy r elementowy podzbiór albo zawiera albo nie zawiera tego wydzielonego elementu.

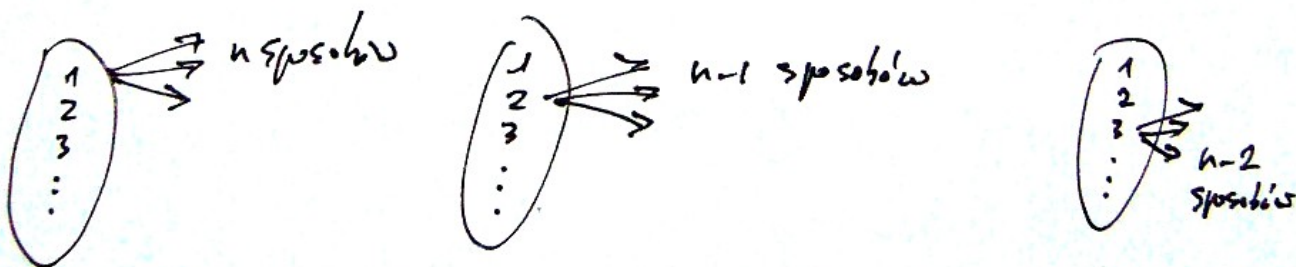
Wariacja ze zbioru r -elementowego do zbioru n -elementowego, to jest po prostu **funkcja** ze zbioru, który ma r elementów do zbioru, który ma n elementów. Można to narysować tak:



Jako funkcja wariacja jest określona na zbiorze, który jest nazywany **dziedzina**, a zbiór wartości funkcji jest zawarty w zbiorze, który jest **przeciwdziedzina**. Ponieważ każdy element dziedziny może być przyporządkowany na n sposobów elementom przeciwdziedziny, to liczba wariacji ze zbioru r -elementowego do zbioru n -elementowego jest równa $n \times n \times n \times \dots \times n$ (r razy) czyli n^r



Wariacja bez powtórzeń, to jest wariacja, która jest **funkcją różnowartościową**. Takich funkcji jest mniej, jest ich



$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$ (r czynników, $r-1$ mnożeń) na kalkulatorach tę liczbę można przywołać naciskając nPr . (P jak przyporządkowanie)

W przypadku gdy dziedzina jest tym samym zbiorem co przeciwdziedzina, wariacji bez powtórzeń jest $n!$, i w literaturze polskiej nazywa się te funkcje **permutacjami**. Permutacje przekształcają całą dziedzinę na całą przeciwdziedzinę. Dziedzina i przeciwdziedzina są wtedy tym samym zbiorem.

